

دوال لوغاريتمية 805 - 2024 صيف أ

5. معطاة الدالة $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$ ، a هو پارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

ب. معطى أن مَبَل المماس للرسْم البيانيّ للدالة $f(x)$ في النقطة التي فيها $x = \frac{e}{2}$ هو 6 .
جدوا a .

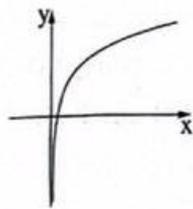
ج. عوّضوا $a = 3$ في الدالة $f(x)$ ، واجيبوا عن البنود "ج- و".

د. جدوا إحداثيات نقطة تقاطع الرسْم البيانيّ للدالة $f(x)$ مع المحور x .

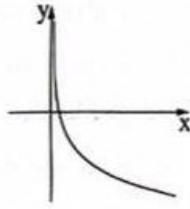
هـ. جدوا إحداثيات النقطة القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقطة.

و. حدّدوا أيّ رسْم بيانيّ من الرسُوم البيانيّة I-IV التي في آخر السؤال يصف الدالة $f(x)$ ، وأيّ رسْم بيانيّ منها يصف دالة المشتقة $f'(x)$. علّلوا تحديديكم.

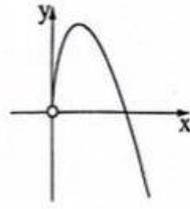
ز. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسْم البيانيّ لدالة المشتقة $f'(x)$ والمستقيم $x = e$ والمحور x .



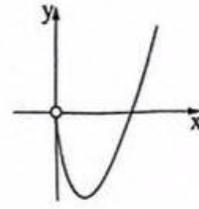
IV



III



II



I

(أ) { نجد مجال تعريف الدالة }

$$f(x) = ax \cdot \ln(2x)$$

$$2x > 0$$

$$x > 0$$

(ب) { نجد a }

$$f' \left(\frac{e}{2} \right) = 6 \text{ معطى أن:}$$

نجد المشتقة:

$$f'(x) = a \cdot \ln(2x) + ax \cdot \frac{2}{2x}$$

↓

$$f'(x) = a \cdot \ln(2x) + a$$

$$f'\left(\frac{e}{2}\right) = a \cdot \ln\left(2 \cdot \frac{e}{2}\right) + a = 6$$

$$a \cdot \ln(e) + a = 6$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

{ احداثيات نقطة تقاطع الدالة مع المحور x } (ج)

$$f(x) = 0$$

$$3x \cdot \ln(2x) = 0$$

$$x = 0$$

خارج مجال التعريف

$$\ln(2x) = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

{ نجد احداثيات النقطة القصوى للدالة ونوعها } (د)

$$f'(x) = 0$$

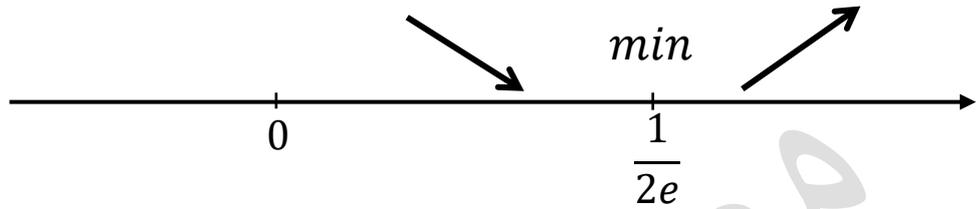
$$3 \cdot \ln(2x) + 3 = 0$$

$$\ln(2x) = -1$$

$$2x = e^{-1}$$

$$x = \frac{1}{2e}$$

نصنف النقطة القصوى:



$$\min\left(\frac{1}{2e}, -\frac{3}{2e}\right)$$

{ نجد أي الرسوم ملائمة ل $f(x)$ و $f'(x)$ } (٥)

في الدالة $f(x)$ يوجد ثغرة في $(0,0)$ حسب الدالة $\ln(x) \cdot x$ وهناك نقطة قصوى صغرى، وحسب علاقة الدالة بالمشتقة ينتج:

الدالة $f(x)$ ملائم للرسم البياني I

الدالة $f'(x)$ ملائم للرسم البياني IV

علاقة الدالة بالمشتقة:

التواء	U	∩	f
قصوى	↗	↘	f'
صفريية	+	-	f''

في الدالة نوع النقطة القصوى هو min أي الدالة قبل النقطة القصوى تنازلية، ومن بعدها تصاعدية، لذلك فإن المشتقة تكون سالبة قبل نقطة تقاطعها مع محور x ومن ثم موجبة بعد هذه النقطة.

(و) { نحسب المساحة المحصورة المطلوبة }

$$\int_{\frac{1}{2e}}^e f'(x) dx =$$
$$f(e) - f\left(\frac{1}{2e}\right) \Big|_{\frac{1}{2e}}^e = 3e \cdot \ln(2e) - \left(-\frac{3}{2e}\right) =$$

$$S = 14.359 \text{ وحدة مساحة}$$