# متواليات – صيف أ 2017

معطاة متوالية تحقّق: $a_1 = 0$ ، $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$ لكلّ n طبيعيّ.

أ. احسب الحدّين $a_2$ وَ $a_3$.

ب. نُعرِّف متوالية جديدة: $b_n = a_{n+1} - a_n$.
عبّر عن $b_n$ بدلالة n.

جـ. برهن أنّ المتوالية $b_n$ هي متوالية حسابيّة، وَجِد فرقها.

د. معطى أنّ مجموع n الحدود الأولى في المتوالية $b_n$ يساوي $a_5$. جد n.

(أ) احسب الحدين $a_2$ و$a_3$

$$a_{n+1} = a_n + 2n + 5$$

$$a_{1+1} = a_1 + 2 \cdot 1 + 5$$

$$a_2 = 7$$

$$a_{2+1} = a_2 + 2 \cdot 2 + 5$$

$$a_3 = 16$$

(ب) عبر عن $b_n$ بدلالة $n$

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

$$b_n = a_n + 2n + 5 - a_n$$

$$b_n = 2n + 5$$

ج. برهن المتوالية $b_n$ حسابية وجد فرقها

$$b_{n+1} - b_n$$
$$2(n+1) + 5 - (2n+5) =$$
$$2n + 2 + 5 - 2n - 5 = 2$$

المتوالية $b_n$ هي متوالية حسابية وفرقها 2

د. جد $n$

$$\frac{n(2b_1 + (n-1)d)}{2} = a_5$$

نجد $b_1$ و $a_5$:

$$a_{3+1} = a_3 + 2 \cdot 3 + 5$$
$$a_4 = 27$$
$$a_{4+1} = a_4 + 2 \cdot 4 + 5$$
$$a_5 = 40$$
$$b_1 = 2 \cdot 1 + 5 = 7$$

$$\frac{n(14 + (n-1)2)}{2} = 40$$
$$12n + 2n^2 = 80$$
$$n^2 + 6n - 40 = 0$$
$$(n+10)(n-4) = 0$$
$$\cancel{n = -10} \quad n = 4$$

$$n = 4$$

معهد إيهاب عمر