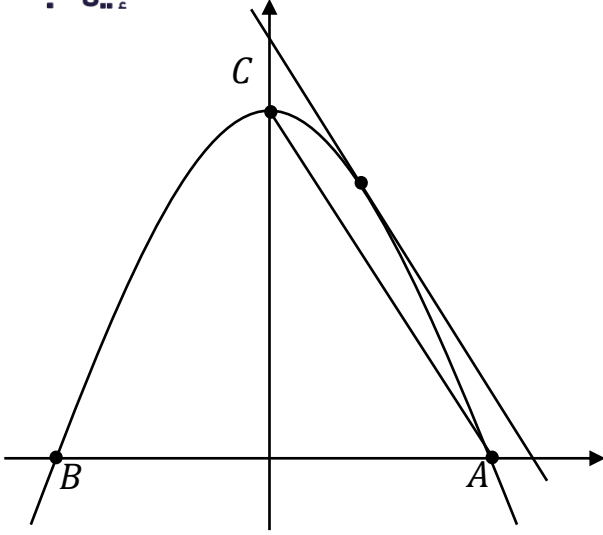


امتحان 4 - دالة بولينوم



(4) معطى القطع المكافئ: $f(x) = 9 - 0.25x^2$

الرسم البياني للدالة يقطع المحور x في النقط A و B .

والمحور y في النقطة C .

النقطة P تقع على رسم الدالة $f(x)$ في الربع الأول

ويمرّ عبرها مماسّ يوازي المستقيم AC .

أ. جدوا معادلة المستقيم AC .

ب. جدوا إحداثيات النقطة P .

المستقيم المارّ من النقطة P والموازي للمحور y يقطع المستقيم AC في النقطة D .

ج. جدوا طول القطعة PD .



نجد معادلة المستقيم AC

النقطة A هي نقطة تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحور x :

$$f(x) = 0$$

$$9 - 0.25x^2 = 0$$

$$0.25x^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{4} = 9$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

وبما أن A هي في الجهة الموجبة إذاً $x_A = 6$

$$\Rightarrow A(6,0)$$

النقطة C هي نقطة تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحور y :

$$:x = 0 \text{ نعوض}$$

$$f(0) = 9 - 0.25 \cdot 0^2 = 9$$

$$\Rightarrow C(0,9)$$

نجد ميل AC :

$$m_{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 9}{6 - 0} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

نعوض نقطة وميل في معادلة المستقيم:

$$y = mx + b$$

$$9 = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 0 + b$$

$$b = 9$$

⇓

$$AC: y = -\frac{3}{2}x + 9$$



ب. نجد إحداثيات النقطة P

بما أن المماس للرسم البياني للدالة في النقطة P يوازي المستقيم AC إذا ميله هو $-\frac{3}{2}$

نرمز لإحداثي x للنقطة P بـ x_P

نستنتج أن:

$$f'(x_P) = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = 9 - \frac{1}{4}x^2$$

$$f'(x) = 0 - \frac{x}{2} = -\frac{x}{2}$$

$$-\frac{x_P}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_P = 3$$

نعوض x_P في الدالة لنجد إحداثي y :

$$f(3) = 9 - \frac{1}{4} \cdot 3^2$$

$$f(3) = 9 - \frac{9}{4}$$

$$f(3) = \frac{27}{4}$$

⇓

$$P\left(3, \frac{27}{4}\right)$$



نجد طول القطعة PD

ج.

نتخيّل الرّسم:

نلاحظ أنّ D و P لهما نفس إحداثيّ x

إذا طول القطعة PD هو الفرق بين إحداثيّات y للنّقاط P و D

النّقطة D تقع على المستقيم AC وعلى المستقيم $x = 3$

نعوّض $x = 3$ في المستقيم AC :

$$y_D = -\frac{3}{2} \cdot 3 + 9 = -\frac{9}{2} + 9$$

$$D \left(3, \frac{9}{2} \right)$$

$$y_P - y_D = \frac{27}{4} - \frac{9}{2}$$

$$PD = y_P - y_D = \frac{9}{4}$$

