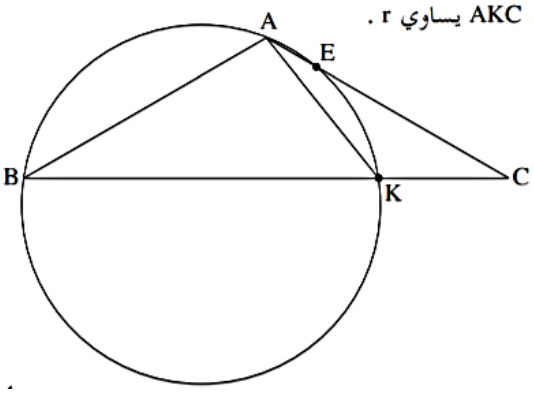
حساب مثلثات- 2020 صيف(ب)

(5

ABC هو مثلّث متساوي الساقين (AB = AC)، يقع اثنان من رؤوسه، A وَ B ، على محيط دائرة نصف قطرها r ، كما هو موصوف في الرسم.

الدائرة تقطع الضلعين AC وَ BC في النقطتين E وَ K بالتلاؤم.

نرمز: $\sphericalangle BAK = \alpha$ ، $\sphericalangle KAC = \beta$.



أ. (1) بيّن أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AKC يساوي r .

(2) برهن أنّ: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{BK}{KC}$.

معلوم أنّ: $\sphericalangle ABK > \beta$ ، معطى أنّ: $\alpha + \beta = 120^o$.

ب. بيّن أنّ α هي زاوية منفرجة.

معطى أنّ: $AK = 28$ ، $BK = 55$.

جـ. احسب α وطول القطعة BC .

(أ)(1) r_{AKC} هو نصف قطر الدائرة التي تحصر مثلث AKC.

في مثلث AKC حسب قاعدة السينوس ينتج أن:

$$2r_{AKC} = \frac{AC}{\sin\sphericalangle AKC}$$

في مثلث AKB حسب قاعدة السينوس ينتج أن:

$$2r = \frac{AB}{2\sin(\sphericalangle AKB)}$$

نعوض $AB = AC$, $\sin(\sphericalangle AKB) = \sin(180 - \sphericalangle AKC) = \sin\sphericalangle AKC$ فنحصل على:

وبالتعويض من المعادلة الأولى نحصل على $2r = \frac{AC}{\sin\sphericalangle AKC}$

الجواب النهائي

$$r = r_{AKC}.$$

(2) في مثلث AKC حسب قاعدة السينوس ينتج أن:

$$\frac{KC}{sin\beta} = 2r_{AKC}$$

في مثلث ABK حسب قاعدة السينوس ينتج أن

$$\frac{BK}{sin\alpha} = 2r$$

نعوض من أ(1) أن $r = r_{AKC}$ فنحصل على

$$\frac{KC}{sin\beta} = \frac{BK}{sin\alpha}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{BK}{KC} = \frac{sin\alpha}{sin\beta}}$$

الجواب النهائي

(ب)

$$\alpha + \beta = 120 \quad (\text{معطى})$$

$$AB = AC \quad (\text{معطى})$$

$$\Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \frac{180 - 120}{2} = 30$$

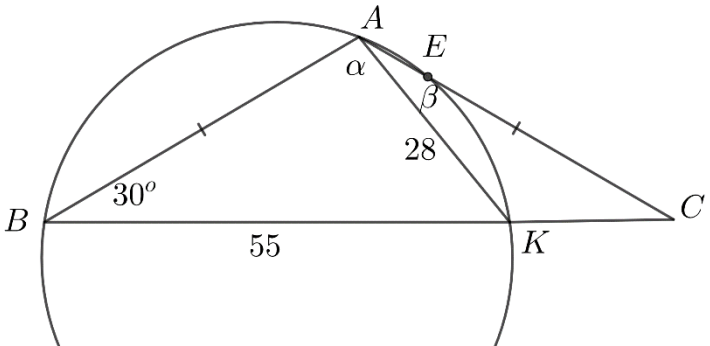
$$\sphericalangle AKB > \beta$$

$$30 > 120 - \alpha \quad (\sphericalangle AKB = 30 \text{ ، } \beta = 120 - \alpha)$$

$$\boxed{\alpha > 90}$$

الجواب النهائي

(ج)



قانون السينوس في مثلث ABK :

$$\frac{AK}{sin30} = \frac{BK}{\sin\alpha}$$

$$\Downarrow$$

$$\sin\alpha = \frac{BK}{AK} sin30 = \frac{55}{56}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 100.84^o, \beta = 120^o - 100.84^o = \boxed{\begin{matrix}19.16^o \\ \text{الجواب النهائي}\end{matrix}}$$

حسب أ (2) نحسب KC:

$$\frac{BK}{KC} = \frac{sin\alpha}{sin\beta}$$

$$\Downarrow$$

$$KC = \frac{BK}{sin\alpha} sin\beta$$

$$\Downarrow$$

$$KC = 55\frac{\sin(19.16^o)}{\frac{55}{56}} = 56 \cdot \sin(19.16^o) = 18.37$$

$$\Downarrow$$

$$BC = KC + BK = 18.37 + 55 = \boxed{\begin{matrix}73.37 \\ \text{الجواب النهائي}\end{matrix}}$$

معهد إيهاب عمر

معهد إيهاب عمر

معهد إيهاب عمر