

متواليات – شتاء متأخر 2021

1. المتوالية a_n تحقق الدستور: $a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$.
معطى أن: $a_1 = 10$.
أ. جد الحدود: a_2, a_3, a_4 .
ب. (1) برهن أن متوالية الحدود التي في الأماكن الفردية هي حسابية.
(2) هل متوالية الحدود التي في الأماكن الزوجية هي أيضًا حسابية؟ علّل.
ج. جد مجموع الحدود الـ 46 الأولى في المتوالية a_n .

$$\{ \text{جد الحدود } a_2, a_3, a_4 \} \quad (أ)$$

$$a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$$

نعوض $n = 1$

$$a_2 = 2 \cdot 1 + 1 - 10$$

$$a_2 = -7$$

نعوض $n = 2$

$$a_3 = 2 \cdot 2 + 1 - (-7)$$

$$a_3 = 12$$

نعوض $n = 3$

$$a_4 = 2 \cdot 3 + 1 - 12$$

$$a_4 = -5$$

(ب)(1) { برهن ان متوالية الحدود التي في الأماكن الفردية هي حسابية }

$$a_{n+2} - a_n = d$$

$$a_{n+2} = 2(n+1) + 1 - a_{n+1}$$

$$a_{n+2} = 2n + 3 - a_{n+1}$$

$$a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$$

$$-a_n = -2n - 1 + a_{n+1}$$

$$a_{n+2} - a_n = d$$

$$\cancel{2n} + 3 - \cancel{a_{n+1}} - \cancel{2n} - 1 + \cancel{a_{n+1}} = d$$

$$d = 2$$

متوالية الحدود التي بالأماكن الفردية حسابية وفرقها 2

(2) { هل متوالية الحدود التي بالأماكن الزوجية حسابية }

نعم حسابية لأنه بالفرع السابق تم برهان ان كل حد والذي يليه بحد الفرق بينهما عدد ثابت.

{ جد مجموع الحدود الـ 46 الأولى في المتوالية a_n }

ج.

في الـ 46 حد يوجد 23 حد زوجي و23 حد فردي
نحسب كل منهما على حدة ونجمعهما

$$a_2 = -7$$

$$d = 2$$

$$n = 23$$

$$S_{23 \text{ زوجي}} = \frac{23(2 \cdot (-7) + 22 \cdot 2)}{2} = 345$$

$$a_1 = 10$$

$$d = 2$$

$$n = 23$$

$$S_{23 \text{ فردي}} = \frac{23(2 \cdot 10 + 22 \cdot 2)}{2} = 736$$

$$S_{23 \text{ زوجي}} + S_{23 \text{ فردي}} = S_{46}$$

$$345 + 736 = 1081$$