# بحث دالة نسبية شتاء 2021

## سؤال 6:

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{bx^2}{x^2-4x+3}$ . b هو بارامتر.

يوجد للدالّة f(x) خطّ تقارب أفقيّ معادلته $y=2$ .

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة f(x) .

**(2)** ما هي قيمة البارامتر b ؟

عوِّض قيمة b التي وجدتَها، وأجب عن البندين "ب – جـ" .

**ب. (1)** جد معادلات خطوط التقارب العموديّة، للدالّة f(x) .

**(2)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحورين ( إذا وُجدت مثل هذه النقاط ) .

**(3)** جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة f(x) ، وحدِّد نوع هذه النقاط .

**جـ.** ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

**أ) (1)**

$$f(x)=\frac{bx^2}{x^2-4x+3}$$

الدالة المعطاة هي دالة نسبية اذن المقام غير معرف
اذا كان يساوي صفر, نطلب (المقام ≠ 0).

$$x^2-4x+3\neq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$(x-1)(x-3)\neq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$\boxed{x\neq 3}\quad\boxed{x\neq 1}$$

القوة الكبرى في البسط
والقوة الكبرى في المقام

**(2)**

نجد خط التقارب الافقي للدالة, (بدلالة $b$):

$$y=\frac{bx^2}{x^2}=b \quad\Longrightarrow\quad \boxed{y=b}$$

معطى ان $y=2$ هي ايضا معادلة خط التقارب الافقي للدالة:

$$\Longrightarrow\quad \boxed{b=2}$$

نعوض $b = 2$ في الدالة $f(X)$:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

**ب) (1)**

نجد خطوط التقارب العامودية:

*خطوط التقارب العامودية تكون في نقاط عدم التعريف للدالة.

نعوض $x = 1$ في الدالة:

$$f(1) = \frac{2 * (1)^2}{(1)^2 - 4 * (1) + 3} = "\frac{2}{0}"$$

نعوض $x = 3$ في الدالة:

$$f(3) = \frac{2 * (3)^2}{(3)^2 - 4 * (3) + 3} = "\frac{18}{0}"$$

عندما عوضنا القيم نتج في الشقين ان البسط لا يساوي 0 والمقام يساوي صفر ينتج:

خطوط التقارب العامودية هي:

$$x = 1 \quad , \quad x = 3$$

**(2)**

نجد نقطة التقاطع مع محور $y$:

**نعوض $x = 0$:**

$$f(0) = \frac{2 * (0)^2}{(0)^2 - 4 * (0) + 3}$$

$$\Updownarrow$$

$$f(0) = 0$$

نجد نقاط التقاطع مع محور $x$:

**نعوض $f(x) = 0$:**

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$2x^2 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$x = 0$$

**تقاطع مع $x$:** $(0,0)$

**تقاطع مع $y$:** $(0,0)$

إيهاب عمر

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

**(3)**

نجد $f'(x)$:

$$f'(x) = \frac{4x*(x^2-4x+3)-2x^2*(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2} \longrightarrow f'(x) = \frac{4x^3-16x^2+12x-4x^3+8x^2}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$\longrightarrow f'(x) = \frac{-8x^2+12x}{(x^2-4x+3)^2} \longrightarrow \boxed{f'(x) = \frac{4x(-2x+3)}{(x^2-4x+3)^2}}$$

نطلب ان $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = 0 \longrightarrow \frac{4x(-2x+3)}{(x^2-4x+3)^2} = 0 \longrightarrow 4x(-2x+3) = 0$$

$$x = 0 \qquad x = \frac{3}{2}$$

نرسم الجدول لإيجاد تصاعد/ تنازل الدالة والنقاط الحرجة:

| | $x=-1$ | | $x=0.5$ | | $x=1.25$ | | $x=2$ | | $x=4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | ↓ | 0 | ↓ | 1 | ↓ | 1.5 | ↓ | 3 | ↓ |
| f′(x) | (−) | 0 | (+) | | (+) | 0 | (−) | | (−) |
| $f(x)$ | ↘ | $min$ | ↗ | | ↗ | $max$ | ↘ | | ↘ |

$$f'(-1) = \frac{4(-1)(-2*(-1)+3)}{((-1)^2-4*(-1)+3)^2} \rightarrow (-)$$

$$f'(0.5) = \frac{4(0.5)(-2*(0.5)+3)}{((0.5)^2-4*(0.5)+3)^2} \rightarrow (+)$$

$$f'(1.25) = \frac{4(1.25)(-2*(1.25)+3)}{((1.25)^2-4*(1.25)+3)^2} \rightarrow (+)$$

$$f'(2) = \frac{4(2)(-2*(2)+3)}{((2)^2-4*(2)+3)^2} \rightarrow (-)$$

$$f'(4) = \frac{4(4)(-2*(4)+3)}{((4)^2-4*(4)+3)^2} \rightarrow (-)$$

نجد احداثي y لكل نقطة, نعوض$(x = 1.5)$ و $(x = 0)$ في الدالة الاصلية:

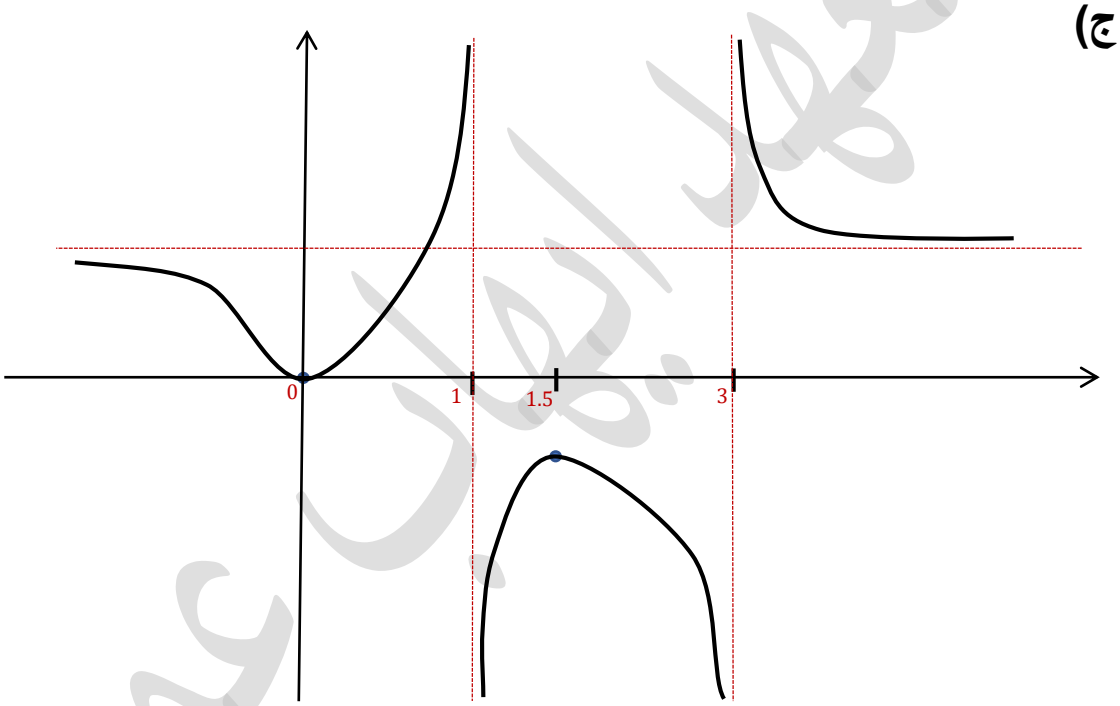
$$f(0) = \frac{2(0)^2}{0^2 - 4 * 0 + 3} = 0$$

$$f(1.5) = \frac{2(1.5)^2}{1.5^2 - 4 * 1.5 + 3} = -6$$

النقطة $(0,0)$ هي نقطة $min$.

النقطة $(1.5, -6)$ هي نقطة $max$.

ج)




معهد إيهاب عمر