بحث دالة مثلثية - صيف أ 2019

3. الدالّة $f(x)$ معرَّفة في المجال $0 \le x \le \pi$.

معطى أنّ: $f'(x) = -3\sin 2x$ ، $f(0) = 0.75$.

دالّة المشتقّة، $f'(x)$ ، معرَّفة هي أيضًا في المجال $0 \le x \le \pi$.

أ. جد تعبيرًا جبريًّا للدالّة $f(x)$.

ب. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

جـ. جد إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ في المجال المعطى، وحدِّد نوع هذه النقاط.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x في المجال الذي بين نقاط التقاطع التي وجدتَها في البند "ب".

أ. **إيجاد تعبير جبري للدالة**

$$f'(x) = -3\sin 2x$$

$$\Rightarrow \int -3sin2x\,dx = \frac{3}{2}cos2x + c$$

$$f(0) = 0.75$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\cos 0 + c = 0.75$$

$$\Rightarrow c = -0.75$$

$$f(x) = \frac{3}{2}\cos 2x - \frac{3}{4}$$

ب. **احداثيات نقاط تقاطع الدالة مع المحاور**

$$f(x) = 0$$

$$\frac{3}{2}\cos 2x - \frac{3}{4} = 0$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

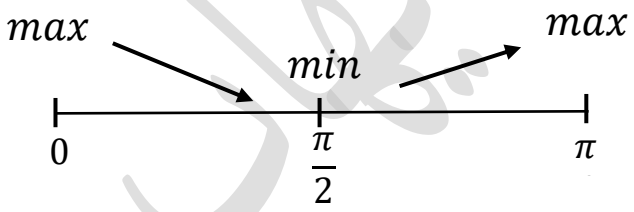
$$\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$$

ج. احداثيات النقاط القصوى ونوعهن

$$f'(x) = 0$$
$$-3\sin 2x = 0$$
$$\sin 2x = 0$$
$$2x = \pi k$$
$$x = \frac{\pi}{2}k$$

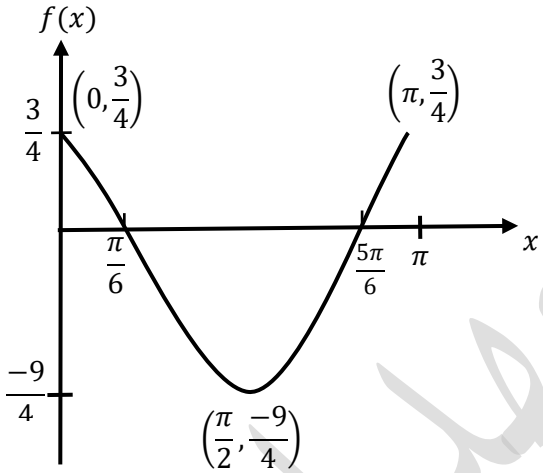
الإجابات التي في المجال:

$$x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$$

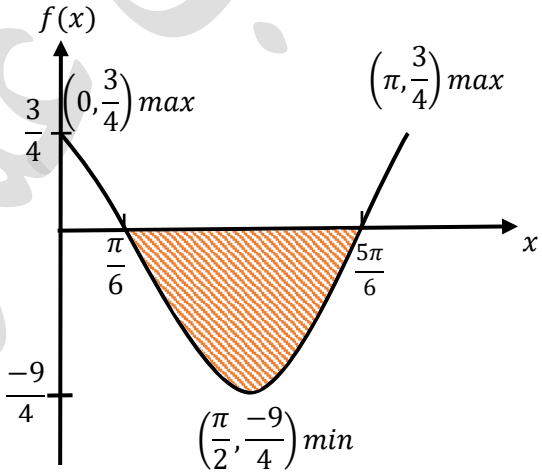


$$f(0) = \frac{3}{4} \qquad \left(0, \frac{3}{4}\right) max$$
$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-9}{4} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\pi}{2}, \frac{-9}{4}\right) min$$
$$f(\pi) = \frac{3}{4} \qquad \left(\pi, \frac{3}{4}\right) max$$

د. **رسم الدالة**



ه. **احسب المساحة المطلوبة**



$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{3}{2}\cos 2x - \frac{3}{4}\, dx$$

$$\frac{3}{4}\sin 2x - \frac{3}{4}x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} = -2.613 - (0.256) = -2.869$$

معهد إيهاب عمر