إيهاب عمر

احتمال صيف 2018

سؤال 3:

أُجري في مدينة كبيرة امتحان لجميع الطلّاب الثانويّين.
37% من الطلّاب الذين تَقَدَّموا للامتحان استعانوا بأصدقائهم للدراسة للامتحان. $\frac{35}{37}$ منهم نجحوا في الامتحان.
عدد الطلّاب الذين لم يستعينوا بأصدقائهم ولم ينجحوا في الامتحان هو $\frac{1}{5}$ عدد الطلّاب الذين استعانوا بأصدقائهم ونجحوا في الامتحان.

أ. اختاروا بشكل عشوائيّ طالبًا تَقَدَّمَ للامتحان، واتّضح أنّه لم ينجح في الامتحان. ما هو الاحتمال بأنّه قد استعان بأصدقائه؟

ب. تَقَدَّمَت يارا وأمل للامتحان. معلوم أنّ يارا استعانت بأصدقائها للدراسة للامتحان، وأنّ أمل لم تَسْتَعِنْ بأصدقائها للدراسة للامتحان. هل الاحتمال بأنّ يارا قد نجحت في الامتحان أعلى من الاحتمال بأنّ أمل قد نجحت في الامتحان؟ علّل.

جـ. اختاروا بشكل عشوائيّ 6 طلّاب تَقَدَّموا للامتحان.
ما هو الاحتمال بأنّ ثُلثهم بالضبط لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا في الامتحان؟

د. اختاروا بشكل عشوائيّ طالبًا تَقَدَّمَ للامتحان. ما هو الاحتمال بأنّه يحقّق على الأقلّ أحد الادّعاءين I-II:
I) الطالب استعان بأصدقائه.
II) الطالب لم ينجح في الامتحان.

أ)

نضع المُعطيات على الجدول:

	استعانوا بأصدقائهم	لم يستعينوا بأصدقائهم	
نجحوا	$\frac{35}{37}\cdot 0.37$		
لم ينجحوا		$\frac{1}{5}\cdot\frac{35}{37}\cdot 0.37$	
	0.37		

نُكمل الجدول :

	استعانوا بأصدقائهم	لم يستعينوا بأصدقائهم	
نجحوا	0.35	0.56	0.91
لم ينجحوا	0.02	0.07	0.09
	0.37	0.63	1

$$P(\text{لم ينجح بالامتحان/استعان باصدقائه}) = \frac{P(\text{لم ينجح بالامتحان} \cap \text{استعان باصدقائه})}{P(\text{لم ينجح بالامتحان})} = \frac{0.02}{0.09} = \frac{2}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{2}{9}}$$

ب)

يارا :

$$P(\text{استعانت باصدقائها/ نجحت بالامتحان}) = \frac{P(\text{استعانت باصدقائها} \cap \text{نجحت بالامتحان})}{P(\text{استعانت باصدقائها})} = \frac{0.35}{0.37} = \frac{35}{37}$$

أمل :

$$P(\text{لم تَستَعِن باصدقائها/ نجحت بالامتحان}) = \frac{P(\text{لم تَستَعِن باصدقائها} \cap \text{نجحت بالامتحان})}{P(\text{لم تَستَعِن باصدقائها})} = \frac{0.56}{0.63} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{35}{37} = 0.945 \ > \ 0.888 = \frac{8}{9}$$

$$\Downarrow$$

احتمال نجاح يارا أكبر

ج)

مُعطى أنَّنا نختار 6 طُلَّاب بشكل عشوائي. الاحتمال أنَّ ثُلث الطُلَّاب بالضبط لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا بالامتحان يُساوي الاحتمال أنَّ اثنين من الطلاب لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا بالامتحان وذلك لأنَّ $6 \cdot \frac{1}{3} = 2$.

أي، مطلوب إيجاد الاحتمال أنَّ اثنين من الطلاب لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا بالامتحان ...

لم يتم اختيار طالب لم يستعين بأصدقائه ونجح بالامتحان	تم اختيار طالب لم يستعين بأصدقائه ونجح بالامتحان	
0.44	0.56	الطالب

وجدنا في الفرع (أ)

قانون برنولي - احتمال حُصول k نجاحات من n مُحاولات عندما يكون احتمال النجاح يُساوي p

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\Downarrow$$

$$P(\text{اثنين بالضبط لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا في الامتحان}) = P_6(2) = \binom{6}{2} \cdot 0.56^2 \cdot 0.44^4$$

$$\Downarrow$$

0.1763

د)

يُحقّق على الأقل واحدة من الادّعاءين I – II :

I. الطالب استعان بأصدقائه
II. الطالب لم ينجح في الامتحان

نعود الى جدول الاحتمالات:

	استعانوا بأصدقائهم	لم يستعينوا بأصدقائهم	
نجحوا	0.35	0.56	0.91
لم ينجحوا	0.02	0.07	0.09
	0.37	0.63	1

تُحقّق على الأقل أحد الادعاءين

$$\Downarrow$$

$$0.35 + 0.02 + 0.07$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{0.44}$$