5

معطاة دالّة مشتقّة الدالّة $f(x)$: $f'(x)=\dfrac{\ell n(-x)+2}{x}$.

للدوالّ $f(x)$ و $f'(x)$ و $f''(x)$ يوجد نفس مجال التعريف .

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

(3) جد مجالات التقعّر باتّجاه الأعلى $\cup$ والتقعّر باتّجاه الأسفل $\cap$ للدالّة $f(x)$.

ب. **(1)** ما هي معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين لدالّة المشتقّة، $f'(x)$ ؟

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا لدالّة المشتقّة، $f'(x)$.

معطى أنّ: $f(-e^{-2})=0$.

جـ. **(1)** جد تعبيرًا جبريًا للدالّة $f(x)$.

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

1 أ (1) المقام لا يساوي صفر ومدخل ln موجب، أي

$$-x>0$$

$$x<0$$

(2)

$$f'(x)=0$$

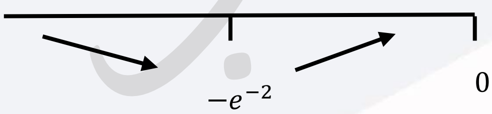
$$\ln(-x)+2=0$$

$$\ln(-x)=-2$$

$$-x=e^{-2}$$

$$x=-e^{-2}$$

$(f'(-1)<0)$



الدالة تصاعدية $-e^{-2}<x<0$ وتنازلية في $x<-e^{-2}$

(3)

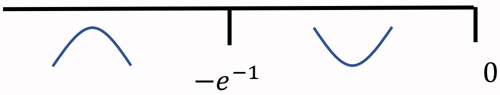
$$f''(x)=\left(\frac{\ln(-x)+2}{x}\right)'=\frac{\frac{-1}{-x}\cdot x-(\ln(-x)+2)}{x^2}=\frac{-(\ln(-x)+1)}{x^2}$$

$$-(\ln(-x)+1)=0$$

$$\ln(-x)=-1$$

$$x=-e^{-1}$$

$$f''(-1) < 0, f''(-e^{-2}) > 0$$



لذلك مجال التقعر لأعلى هو $-e^{-1} < x < 0$ ومجال التقعر لأسفل $x < -e^{-1}$.

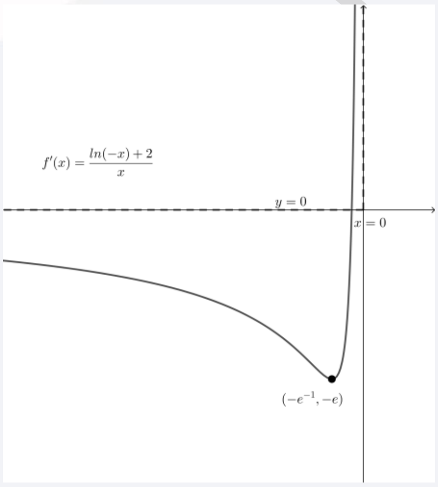
ب (1)

$$\lim_{x\to-\infty} f'(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{\ln(-x)+2}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\ln(-x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to0^-} f'(x) = \lim_{x\to0^-} \frac{\ln(-x)+2}{x} = \infty$$

(2)

$$f'(-e^{-1}) = -e$$



ج (1) نرمز ل $g(x) = \ln(-x) + 2$.

. $g'(x) = \frac{1}{x}$

لذلك $f'(x) = g(x) \cdot g'(x)$

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int g(x)g'(x)\,dx = \frac{g(x)^2}{2} + C = \frac{1}{2}(\ln(-x)+2)^2 + C$$

$$f(-e^{-2}) = 0$$
$$= \frac{1}{2}(-2+2)^2 + C$$

$$C = 0$$
$$\downarrow$$
$$f(x) = \frac{1}{2}(\ln(-x)+2)^2$$

(2)