سؤال 2 2024 صيف أ – انحدار خطّي – إحصاء 471

2. أجرت خبيرة في علم الإحصاء بحثًا في أوساط متزوِّجين.

قرّرت الخبيرة أن تفحص العلاقة بين عدد أولاد الزوج (رجل وامرأة) (المتغيّر x) وبين المصروف الشهريّ على الوقود لدى الزوج (المتغيّر y).

لهذا الغرض، أخذت عيّنة من 4 أزواج من مجمّع معطياتها:

- زوج بدون أولاد، مصروفه الشهريّ على الوقود هو 1,500 شيكل.
- زوج لديه ولد واحد، مصروفه الشهريّ على الوقود هو 1,800 شيكل.
- زوج لديه ثلاثة أولاد، مصروفه الشهريّ على الوقود هو 2,900 شيكل.
- زوج لديه أربعة أولاد، مصروفه الشهريّ على الوقود هو 3,800 شيكل.

أ. ارسموا المخطَّط المبعثر (رسم بيانيّ مع نقاط) الذي يلائم أربعة الأزواج الذين في العيّنة. اكتبوا قِيَم النقاط على المحورين.

حسبت الخبيرة الإحصائيّة الانحراف المعياريّ للمتغيّر y وحصلت على أنّ $S_y = \sqrt{835,000}$.

ب. **(1)** جدوا معدّل عدد الأولاد للزوج في العيّنة ومعدّل المصروف الشهريّ على الوقود للزوج في العيّنة.

(2) احسبوا معامل التناسب (מקדם המתאם) بين المتغيّرَيْن.

جـ. جدوا معادلة مستقيم الانحدار (ישר הרגרסיה) للتنبُّؤ بالمصروف الشهريّ على الوقود حسب عدد الأولاد.

في أعقاب ارتفاع أسعار الوقود، ارتفع بِـ 6% المصروف الشهريّ لكلّ واحد من الأزواج على الوقود.

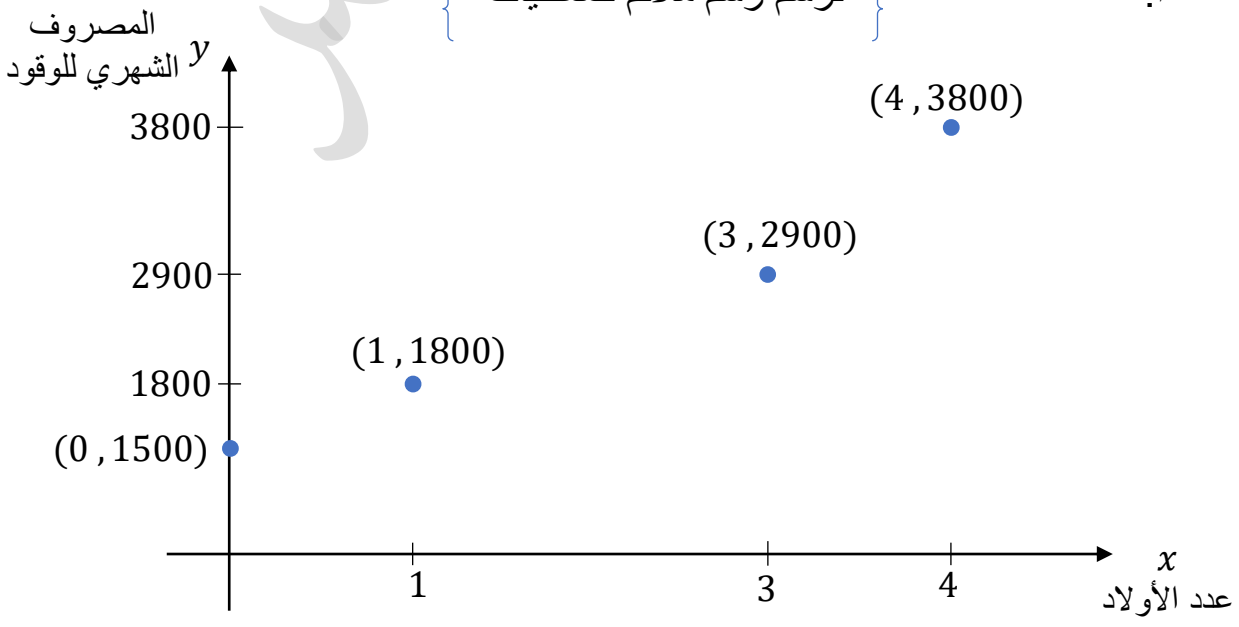
د. بالنسبة لكلّ واحد من المقياسَيْن اللّذَيْن أمامكم، حدِّدوا إذا كانت قيمته قد كبرت أم صغرت أم لم تتغيّر.

(1) الانحراف المعياريّ للمتغيّر y .

(2) معامل التناسب r .

الحل:

أ. { نرسم رسم ملائم للمعطيات }



ب. (1) { نجد معدل الأولاد للزوج في العينة ومعدل المصروف للزوج }

نجد معدل الأولاد للزوج في العينة:

$$\bar{x} = \frac{0+1+3+4}{4} = 2$$

$$\bar{x} = 2$$

نجد معدل المصروف للزوج:

$$\bar{y} = \frac{1500+1800+2900+3800}{4} = 2500$$

$$\bar{y} = 2500$$

ب.(2) { نحسب معامل التناسب بين المتغيرين }

معطى : $S_y = \sqrt{835000}$

نحسب S_x:

$$S_x = \sqrt{\frac{1\cdot(0-2)^2 + 1\cdot(1-2)^2 + 1\cdot(3-2)^2 + 1\cdot(4-2)^2}{4}}$$

$$S_x = \sqrt{2.5}$$

نحسب معامل الارتباط r:

$$\mathrm{r} = \frac{1}{N\cdot S_x\cdot S_y}\left((x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y}) + \cdots (x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})\right)$$

$$\mathrm{r} = \frac{(0-2)(1500-2500) + \cdots + (4-2)(3800-2500)}{4\cdot\sqrt{2.5}\cdot\sqrt{835000}}$$

$$\mathrm{r} = 0.9862$$

جـ. إيجاد معادلة خط الانحدار للتنبّؤ بالمصروف الشهري على الوقود حسب عدد الأولاد

من بنود سابقة: $S_x = \sqrt{2.5}$ ، $S_y = \sqrt{835000}$ ، $r = 0.983$

نجد ميْل خط الانحدار:

$$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$$

$$m = 0.9862 \cdot \frac{\sqrt{835000}}{\sqrt{2.5}}$$

$$m \approx 570$$

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$

$$y - 2500 = 570(x - 2)$$

$$y = 570x + 1360$$

د. تحديد بالنسبة لكل واحد من المقياسيْن، ما اذا كان سيكبر أم سيصغر أم لن يتغير في أعقاب التغيير

(1) الانحراف المعياري للمتغيّر y.

معطى أنّ المصروف الشهري للوقود زاد بـ $6\% \Longleftarrow 106\% \cdot y$

ضرب أو قسمة كل قيمة من قيَم المتغيّر، ستغيّر المعدّل والانحراف المعياري بنفس الطريقة

الانحراف المعياري للمتغيّر y سيكبر

(2) معامل التناسب r.

معامل الارتباط لا يتأثّر من التغيير الخطّي على أحد أو كِلا المتغيّريْن (إلّا اذا تم ضرب أحد المتغيّرات بمعامل ارتباط آخر موجب والمتغيّر الآخر بسالب، عندها فقط ستتغير إشارة معامل الارتباط)

$$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot 106\% \cdot S_y}\left((x_1 - \bar{x}) \cdot 106\% \cdot (y_1 - \bar{y}) + \cdots (x_n - \bar{x}) \cdot 106\% \cdot (y_n - \bar{y})\right)$$

$$r = \frac{\cancel{106\%}}{N \cdot S_x \cdot \cancel{106\%} \cdot S_y}\left((x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \cdots (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})\right)$$

معامل الارتباط r لن يتغيّر

أخرجنا عامل مشترك