سؤال 5 – صيف 2020 موعد ب

5. معطاة متوالية هندسية لانهائية تنازلية، كل حدودها موجبة. الحدّ الأوّل في المتوالية هو a_1 وأساس المتوالية هو q^2، $q > 0$. بين كل حدّيْن متتالين في المتوالية المعطاة يُدخلون حدّ إضافيّ بحيث تكون المتوالية الجديدة النّاتجة هي متوالية هندسيّة.

أ. عبّر عن أساس المتوالية الجديدة بدلالة q في الحالات التالية:

(1) جميع الحدود التي يُدخلونها للمتوالية موجبة.

(2) جميع الحدود التي يُدخلونها للمتوالية سالبة.

معطى أن جميع الحدود التي أُدخلت للمتوالية هي سالبة.

مجموع المتوالية الجديدة أصغر بـِ m مرّات من مجموع المتوالية المعطاة (m هو بارامتر).

ب. عبّر عن m بدلالة q.

معطى أن مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجية في المتوالية الجديدة هو $-6q$.

ج. احسب مجموع المتوالية المعطاة.

د. عبّر بدلالة q عن مجموع الحدود في المتوالية الجديدة.

أ. (2+1) **نعبر عن أساس المتوالية الجديدة بدلالة q**

المتوالية المعطاة:

$$a_1 , a_1 \cdot q^2 , a_1 \cdot q^4$$

بما اننا ضفنا حد وبقيت المتوالية هندسية

$$\Downarrow$$

$$a_1 , a_1 \cdot \sqrt{q^2} , a_1 \cdot q^2 , \dots$$

لذلك إذا كانت حدود المتوالية موجبة فأساس المتوالية هو $\sqrt{q^2} = q$

وإذا كانت حدود المتوالية سالبة فأساس المتوالية هو $\sqrt{q^2} = -q$

ب. **نعبر عن m بدلالة q**

مجموع المتوالية المعطاة:

$$S = \frac{a_1}{1 - q^2}$$

مجموع المتوالية الجديدة:

$$S = \frac{a_1}{1 - (-q)} = \frac{a_1}{1 + q}$$

معهد إيهاب عمر

مجموع المتتالية الجديدة المعطاة أكبر بـ m مرات من مجموع المتتالية الجديدة

$$\Downarrow$$

$$\frac{a_1}{1-q^2} = m \cdot \frac{a_1}{1+q}$$

$$\frac{1}{(1-q)(1+q)} = \frac{m}{1+q}$$

$$m = \frac{1}{1-q}$$

ج. **نجد مجموع المتوالية المعطاة**

مجموع الأماكن الزوجية في المتوالية:

$$-a_1 q \ , a_1 q^3, \dots$$

$$a_1 = -a_1 q$$

$$q = \frac{a_1 q^3}{a_1 q} = q^2$$

$$S = \frac{-a_1 q}{1-q^2} = -6q$$

$$\frac{a_1}{1-q^2} = 6$$

$$\Downarrow$$

مجموع المتوالية المعطاة هو 6

د. **نعبر عن مجموع الحدود في المتتالية الجديدة بدلالة q**

$$\frac{S_{\text{المتوالية المعطاه}}}{S_{\text{المتوالية الجديدة}}} = m = \frac{1}{1-q}$$

$$\frac{6}{S_{\text{المتوالية الجديدة}}} = \frac{1}{1-q}$$

$$S_{\text{المتوالية الجديدة}} = 6(1-q)$$

معهد ايهاب عمر