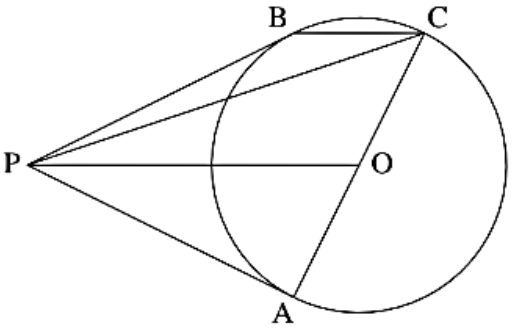
سُؤال 4:



النقطتان A وَ B تقعان على محيط دائرة مركزها O .

المماسّان للدائرة في النقطتين A وَ B يلتقيان في النقطة P .

امتداد AO يقطع الدائرة في النقطة C (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ : $PO \parallel BC$.

نرمز : $k = \frac{PO}{BC}$.

ب. عبّر بدلالة k عن النسبة بين مساحة المثلّث PBC وبين مساحة المثلّث OPC .

جـ. نرمز بـ S إلى مساحة المثلّث PAO .

عبّر بدلالة S وَ k عن مساحة الشكل الرباعيّ PACB .

أ)

- $\measuredangle ABC = 90°$ (الزاوية المُحيطية المُقابلة للقطر هي زاوية قائمة)
- $AO = BO$ (أنصاف أقطار الدائرة مُتساوية)
- $PB = PA$ (مماسان يخرُجان من نفس النُقطة الى نفس الدائرة هُما مماسان مُتساويان)
- ينتُج من ذلك أنَّ الشكل PBOA هُو دالتون .

نرمُز نُقطة تقاطُع AB و PO : M

$AB \perp PO$ [اقطار الدالتون متعامدة]

$\Downarrow$

$\measuredangle BMP = 90°$

$\Downarrow$

$\measuredangle ABC = \measuredangle BMP = 90°$ (زوايا مُتبادلة مُتساوية)

$\Downarrow$

$PO \parallel BC$

إيهاب عمر

ب)

نرمُز البُعد بين المُستقيمين PO و BC : h

$$\frac{S_{PBC}}{S_{OPC}} = \frac{BC \cdot h \cdot \frac{1}{2}}{PO \cdot h \cdot \frac{1}{2}} = \frac{BC}{PO} = \frac{1}{\frac{PO}{BC}} = \boxed{\frac{1}{k}}$$

ج)

القُطر الرئيسي بالدالتون APBO يقسم القُطر الجانبي الى قسمين مُتساويين

بُعد النقطة A عن المُستقيم PO , يُساوي بُعد النُقطة B عن المُستقيم PO

$$\Downarrow$$

$$S = PO \cdot h \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{PO = \frac{2S}{h}}$$

$$k = \frac{PO}{BC} \longrightarrow BC = \frac{PO}{k} \longrightarrow BC = \frac{\frac{2S}{h}}{k} \longrightarrow \boxed{BC = \frac{2S}{h \cdot k}}$$

$$S_{PBC} = BC \cdot h \cdot \frac{1}{2} \longrightarrow S_{PBC} = \frac{2S}{h \cdot k} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \longrightarrow \mathbf{S_{PBC} = \frac{S}{k}}$$

$$S_{POC} = PO \cdot h \cdot \frac{1}{2} \longrightarrow S_{POC} = \frac{2S}{h} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \longrightarrow \mathbf{S_{POC} = S}$$

$$\mathbf{S_{PAO} = S}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{PACB} = S_{PBC} + S_{POC} + S_{PAO} = \frac{S}{k} + S + S = S \cdot \left(\frac{1}{k} + 2\right) = \boxed{S \cdot \frac{2k+1}{k}}$$

جواب نهائي

معهد إيهاب عمر