

## متواليات – صيف 2026

2.  $a_n$  هي متوالية هندسية لانهائية تصاعديّة، أساسها هو  $q$  .  
 $b_n$  هي متوالية هندسية لانهائية تصاعديّة، أساسها هو  $2q$  .  
 $c_n$  هي متوالية لانهائية حدودها تُحقّق  $c_n = a_n \cdot b_n$  لكلّ  $n$  طبيعيّ .  
أ. برهنوا أنّ المتوالية  $c_n$  هي هندسيّة، وعبروا بدلالة  $q$  عن أساسها .  
معطى أنّ:  $a_1 = b_1$  ،  $c_2 = \frac{2}{9} \cdot (a_1)^2$  .  
ب. جدوا قيمة  $q$  .  
ج. (1) هل قيمة  $a_1$  هي موجبة أم سالبة؟ علّلوا إجابتكم .  
(2) هل المتوالية  $c_n$  هي تصاعديّة أم تنازليّة؟ علّلوا إجابتكم .  
نرمز  $S_1$  إلى مجموع المتوالية  $a_n$  ، و  $S_2$  إلى مجموع المتوالية  $b_n$  ، و  $S_3$  إلى مجموع المتوالية  $c_n$  .  
معطى أنّ:  $S_1 + S_2 + S_3 = 189$  .  
د. جدوا قيمة  $a_1$  .



أ. نبرهن أن  $c_n$  هي متوالية هندسية

$$c_n = a_n \cdot b_n$$

$$c_{n+1} = a_{n+1} \cdot b_{n+1}$$

معطى  
 $a_n$  هندسية أساسها  $q$   
 $b_n$  هندسية أساسها  $2q$

لا يتعلق  $n$

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{a_{n+1} \cdot b_{n+1}}{a_n \cdot b_n} = q \cdot 2q = 2q^2$$

⇓

$c_n$  هي متوالية هندسية أساسها  $2q^2$

ب.

نجد  $q$

$$c_2 = \frac{2}{9} \cdot (a_1)^2, a_1 = b_1 \text{ معطى:}$$

$$c_n = c_1 \cdot (2q^2)^{n-1}$$

$$c_n = a_n \cdot b_n$$

$$c_1 = a_1 \cdot b_1 = a_1^2$$

$$c_2 = c_1 \cdot (2q^2)^1 = a_1^2 \cdot (2q^2)$$

$$a_1^2 \cdot (2q^2) = \frac{2}{9} \cdot a_1^2 \quad : a_1^2$$

$$2q^2 = \frac{2}{9} \quad : 2$$

$$q^2 = \frac{1}{9} \quad \checkmark$$

$$q = \pm \frac{1}{3}$$

المتواليتان  $a_n$   
و  $b_n$  تصاعديتان

$$q = \frac{1}{3}$$



ج. (1)

نحدّد قيمة  $a_1$

بما أن  $0 < q < 1$ ، لذا فإن قيمة  $a_1$  هي بالتأكيد سالبة، لأنه معطى أن  $a_n$  تصاعديّة لأنه اذا كانت قيمة  $a_n$  موجبة، عندما نضربها بعدد موجب اصغر من واحد سوف تصغر، لكن في المجال السالب عندما نضرب عدد بكسر سوف يكبر، حيث انه سوف يصبح اقرب للصفر

مثال:

$$9 \cdot \frac{1}{3} = 3 < 9$$

$$-9 \cdot \frac{1}{3} = -3 > -9$$

⇓

$$a_1 < 0$$

(2).

نحدّد ما اذا كانت  $c_n$  تصاعديّة ام تنازليّة

$$b_1 = a_1$$

⇓

$$b_1 < 0$$

$$c_1 = b_1 \cdot a_1 = (-) \cdot (-) = (+)$$

$$q_c = 2q^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{9}$$

بما أنّ  $c_n$  هي متوالية هندسيّة حدّها الأول موجب، واساسها موجب واصغر من واحد فالمتوالية ستكون تنازليّة



نجد  $a_1$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 189 \text{ : معطى}$$

$$S_1 = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$S_2 = \frac{b_1}{1 - 2q} = \frac{a_1}{1 - 2q}$$

$$S_3 = \frac{c_1}{1 - 2q^2} = \frac{a_1 \cdot b_1}{1 - 2q^2} = \frac{a_1^2}{1 - 2q^2}$$

عوّضنا  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$

$$\frac{a_1}{1 - q} + \frac{a_1}{1 - 2q} + \frac{a_1^2}{1 - 2q^2} = 189$$

$$= \frac{a_1}{1 - q} + \frac{a_1}{1 - 2q} + \frac{a_1^2}{1 - 2q^2}$$

$$= \frac{a_1}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{a_1}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{a_1^2}{1 - \frac{2}{9}}$$

$$= \frac{9}{2}a_1 + \frac{9}{7}a_1^2 = 189$$

$$\frac{9}{7}a_1^2 + \frac{9}{2}a_1 - 189 = 0$$

$$a_1 = \frac{21}{2}, a_1 = -14$$

$$a_1 = -14$$

