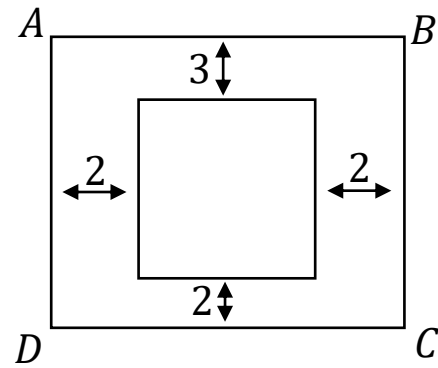


امتحان 10 - قيم قصوى مع دوال بولينوم



(3) في المستطيل $ABCD$ الذي محيطه 32 م، يظهر مستطيل داخلي أصغر منه.

أضلاع المستطيلين متوازية، والأبعاد بينهما تظهر في الرسم.

نرمز بـ x للضلع AB .

أ. عبّروا بدلالة x عن مساحة المستطيل الداخلي.

ب. جدوا قيمة x التي بالنسبة لها مساحة المستطيل الداخلي تكون أكبر ما يمكن.

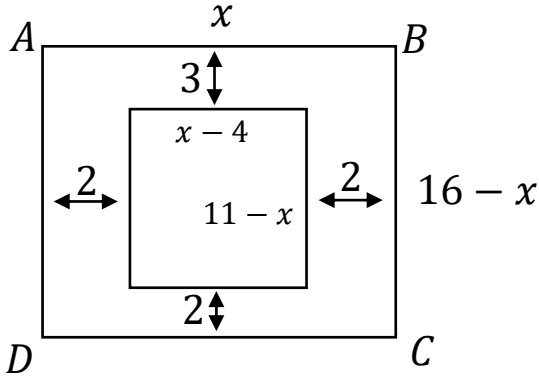
ج. ماذا يكون محيط المستطيل الداخلي عندما تكون مساحته أكبر ما يمكن؟



نعبّر بدلالة x عن مساحة المستطيل الداخلي

أ.

معطى محيط المستطيل $ABCD$ هو 32



(أضلاع المستطيل المتقابلة متساوية) $AB = CD = x$

محيط المستطيل:

$$2 \cdot (AB + AD) = 32$$

$$2x + 2AD = 32$$

$$2AD = 32 - 2x \quad \div 2$$

$$AD = 16 - x$$

عرض المستطيل الداخلي هو x مطروح منها الابعاد المعطاه

$$x - 2 - 2 = x - 4$$

طول المستطيل الداخلي هو $16 - x$ مطروح منها الابعاد المعطاه

$$(16 - x) - 3 - 2 = 11 - x$$

مساحة المستطيل هي حاصل ضرب الطول والعرض:

$$S(x) = (x - 4) \cdot (11 - x)$$



نجد قيمة x عندما المساحة اكبر ما يمكن

ب.

$$S(x) = (x - 4) \cdot (11 - x)$$

$$S(x) = 11x - x^2 - 44 + 4x$$

$$S(x) = -x^2 - 44 + 15x$$

نشتق:

$$S'(x) = -2x + 15$$

$$S'(x) = 0$$

$$-2x + 15 = 0$$

$$2x = 15 \quad \div 2$$

$$x = 7.5$$

$$x - 4 > 0$$

$$x > 4$$

$$11 - x > 0$$

$$x < 11$$

$$4 < x < 11$$

max

7.5

نجد محيط المستطيل الداخلي عندما تكون مساحته أكبر ما يمكن

ج.

عرض المستطيل الداخلي هو $x - 4$

⇓

$$7.5 - 4 = 3.5$$

طول المستطيل الداخلي هو $11 - x$

⇓

$$11 - 7.5 = 3.5$$

المحيط هو ضعف مجموع الطول والعرض

$$P = 2 \cdot [3.5 + 3.5] = 14$$

