

بحث دوال – 2021 صيف خاص

6. معطاة الدالة: $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$.

- أ. (1) جد مجال تعريف الدالة $f(x)$.
- (2) جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحورين (إذا وجدت مثل هذه النقاط).
- (3) جد معادلات خطوط التقارب العمودية للمحورين، للدالة $f(x)$.
- (4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة $f(x)$ (إذا وجدت مثل هذه المجالات).
- ب. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة $f(x)$.

معطى أن: $f(k) = 1$ ، $t < k$ ، t هو پارامتر.

ج. حدّد أيّ تعبير من التعبيرين اللذين أمامك هو أكبر. علّل تحديده.

$$\int_t^k f(x) dx \quad \text{أو} \quad \int_t^k (f(x))^2 dx$$

- د. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $(f(x))^2$ والمحور x والمستقيمين $x = -8$ و $x = -1$.

{ نجد مجال التعريف }

(1) أ

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$$

$$1-2x \geq 0$$

$$1 \geq 2x$$

$$\frac{1}{2} \geq x$$

وأيضاً

$$x^2-x \neq 0$$

$$x(x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0, 1$$



$$x < 0, \quad 0 < x \leq \frac{1}{2}$$

{ نجد نقاط التقاطع مع المحاور }

(2)

مع محور x

$$y = 0$$

$$\sqrt{1-2x} = 0$$

$$1-2x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

مع محور y

$$x = 0$$

خارج مجال التعريف

{ نجد المحاذيات الموازية للمحورين } (3)

افقية

عمودية

$$y = 0$$

$$x = 0$$

{ نجد مجالات التصاعد والتنازل } (4)

$$f'(x) = \frac{\frac{-2}{2\sqrt{1-2x}} \cdot (x^2 - x) - \sqrt{1-2x} \cdot (2x - 1)}{(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{-x^2 + x - (\sqrt{1-2x})^2 \cdot (2x - 1)}{\sqrt{1-2x}}}{(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + x - (2x - 1 - 4x^2 + 2x)}{\sqrt{1-2x}(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + x - 4x + 1 + 4x^2}{\sqrt{1-2x}(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{\sqrt{1-2x}(x^2 - x)^2}$$

$$0 = 3x^2 - 3x + 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3}$$

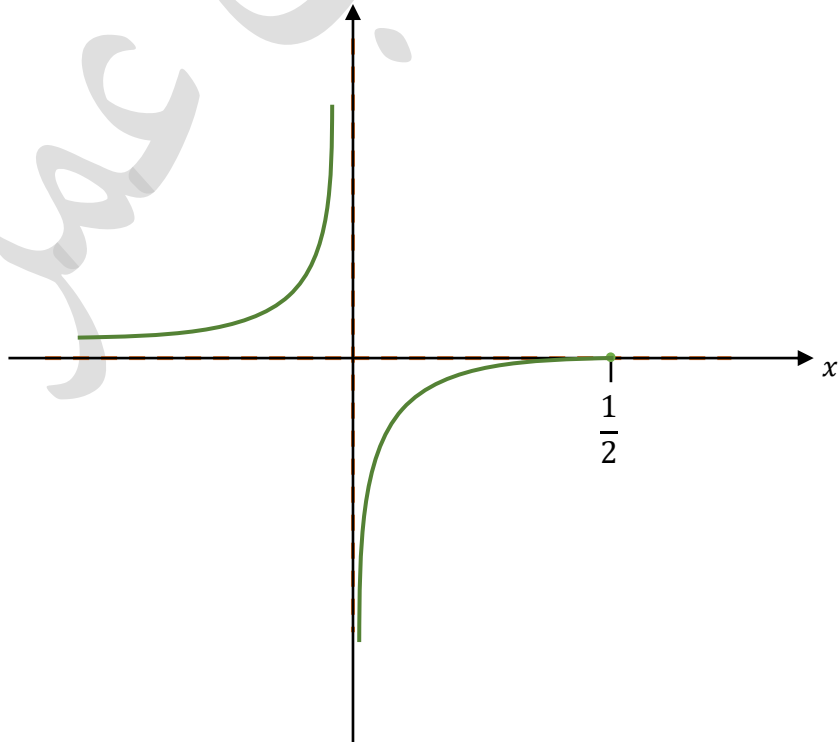
تحت الجذر سالب
لذلك لا يوجد جواب

x	-1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$f'(x)$	+	غير معرف	+	غير معرف
$f(x)$	↗		↗	

تصاعد في كل مجالها

{رسم تقريبي لـ $f(x)$ }

(ب)



{ نحدد أي التعبيرين اكبر }

(ج)

$f(x)^2$ أصغر من $f(x)$ في المجال المعطى لأن
أكبر قيمة لـ $f(x)$ في هذا المجال هي 1
وبقية القيم أقل من واحد لذا عند تربيعها ستقل القيمة ، اذا المساحة
المحصورة بواسطة $f(x)$ أكبر بالضرورة أي:
$$\int_t^k f(x) dx > \int_t^k (f(x))^2 dx$$

الفرع

د

{ نجد المساحة المطلوبة }

(د)

$$\int_{-8}^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x} \right)^2 dx = \int_{-8}^{-1} \frac{1-2x}{(x^2-x)^2} dx = \int_{-8}^{-1} (1-2x)(x^2-x)^{-2} dx$$

$$= \int_{-8}^{-1} -1(2x-1)(x^2-x)^{-2} dx$$

$$= \left[\frac{(x^2-x)^{-1}}{-1} \right]_{-8}^{-1} = \left[\frac{1}{(x^2-x)} \right]_{-8}^{-1}$$

$$= \left[\frac{1}{(-1)^2 - (-1)} \right] - \left[\frac{1}{(-8)^2 - (-8)} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] - \left[\frac{1}{72} \right]$$

$$\boxed{\frac{35}{72}}$$